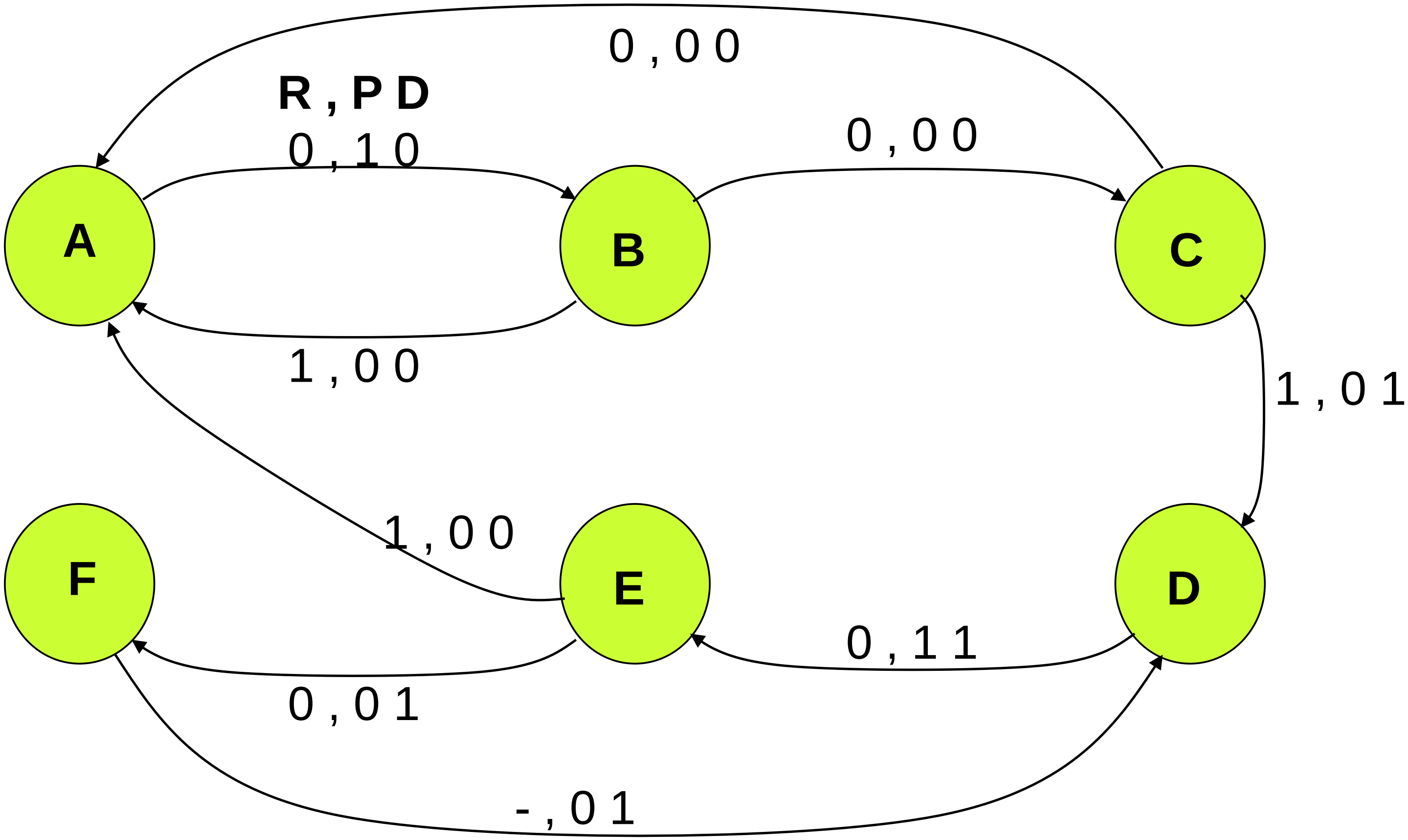
Esercizio 1 – Domanda 1



Esercizio 1 – Domanda 2

S^n	R=0	R=1
A	A, 10	-,-
B	C, 00	A, 00
C	A, 00	D, 01
D	E, 11	-,-
E	F, 01	A, 00
F	D, 01	D, 01

S^{n+1}, P D

S^n	$(Q_2Q_1Q_0)^n$	R=0	R=1
A	0 0 0	0 0 1, 1 0	-,-
B	0 0 1	0 1 1, 0 0	0 0 0, 0 0
C	0 1 1	0 0 0, 0 0	0 1 0, 0 1
D	0 1 0	1 0 0, 1 1	-,-
E	1 0 0	1 0 1, 0 1	0 0 0, 0 0
F	1 0 1	0 1 0, 0 1	0 1 0, 0 1
	1 1 1	-,-	-,-
	1 1 0	-,-	-,-

$(Q_2Q_1Q_0)^{n+1}$, P D

Esercizio 1 – Domanda 3

$(Q_1\,Q_0)^n$ (columns), $(R\,Q_2)^n$ (rows)

$(R\,Q_2)^n$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	0	-	-
11	0	0	-	-
10	-	0	0	-

Q_2^{n+1}

$(Q_1\,Q_0)^n$ (columns), $(R\,Q_2)^n$ (rows)

$(R\,Q_2)^n$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	-	-	-	-
11	-	-	-	-
10	-	0	0	-

J_2^n

$(Q_1\,Q_0)^n$ (columns), $(R\,Q_2)^n$ (rows)

$(R\,Q_2)^n$	00	01	11	10
00	-	-	-	-
01	0	1	-	-
11	1	1	-	-
10	-	-	-	-

K_2^n

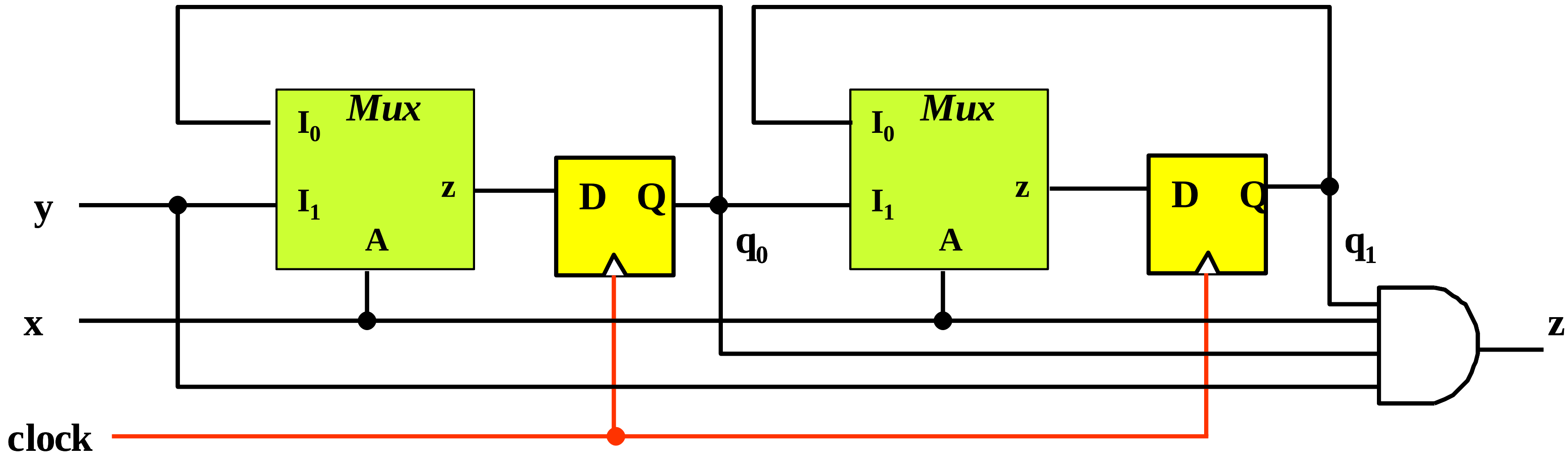
$J_2\ (SP) = Q_1\,Q_0'$

$K_2\ (SP) = Q_0 + R$

$J_2\ (NAND) = (Q_1 \uparrow Q_0')' = (Q_1 \uparrow Q_0') \uparrow 1$

$K_2\ (NAND) = Q_0' \uparrow R'$

Esercizio 2 – Domanda 1



z^n (SP) $= (q_1\ x\ q_0\ y)^n$

q_1^{n+1} (SP) $= D_1^n = (x'\ q_1 + x\ q_0)^n$

q_0^{n+1} (SP) $= D_0^n = (x'\ q_0 + x\ y)^n$

Esercizio 2 – Domanda 2

z^n

$(q_1 q_0)^n$ \ $(x\,y)^n$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	0

q_1^{n+1}

$(q_1 q_0)^n$ \ $(x\,y)^n$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	0	0

q_0^{n+1}

$(q_1 q_0)^n$ \ $(x\,y)^n$	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	1	0
11	1	1	1	0
10	0	0	1	0

z^n (SP) = $(q_1\, x\, q_0\, y)^n$

q_1^{n+1} (SP) = $(x'\, q_1 + x\, q_0)^n$

q_0^{n+1} (SP) = $(x'\, q_0 + x\, y)^n$

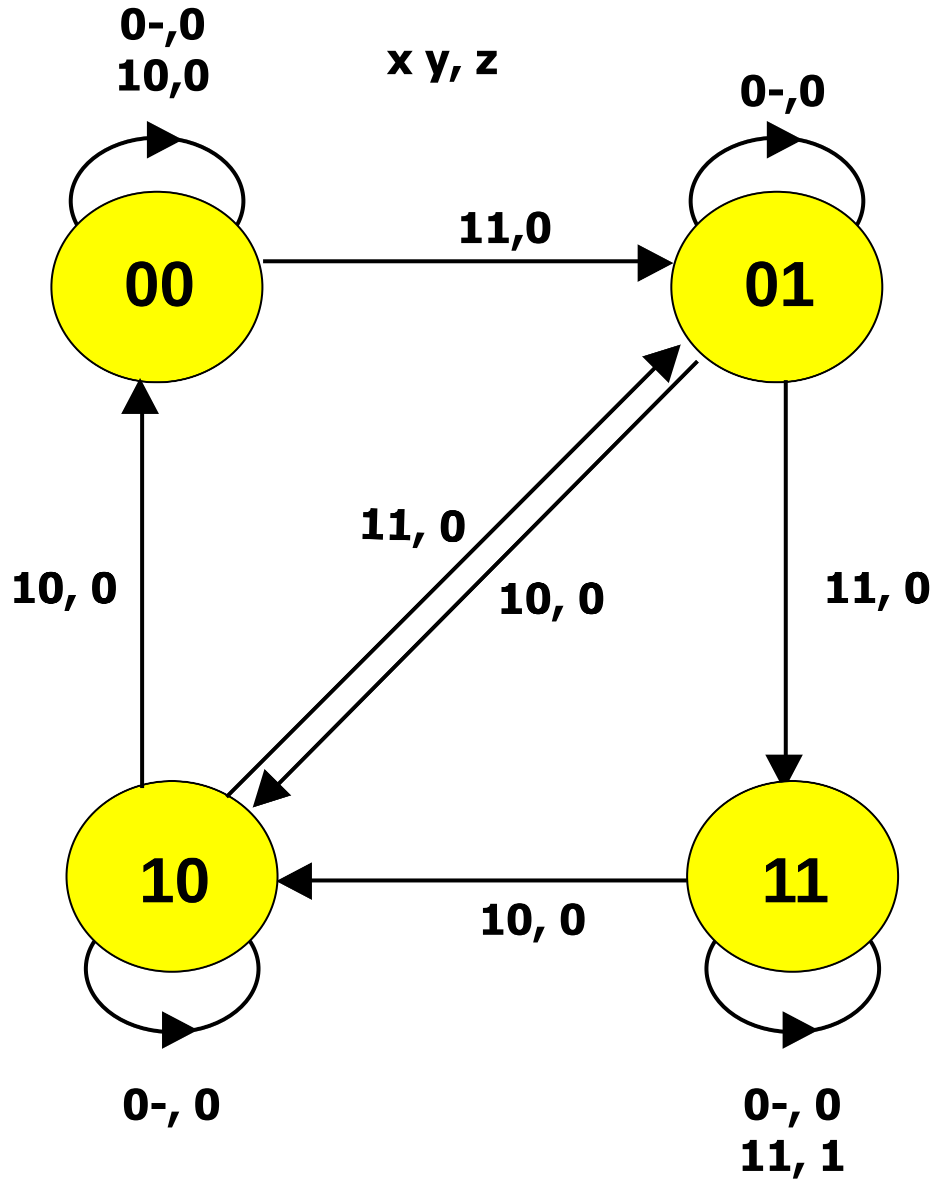
Esercizio 2 – Domanda 3

$(x\ y)^n$

$(q_1\ q_0)^n$	00	01	11	10
00	00,0	00,0	01,0	00,0
01	01,0	01,0	11,0	10,0
11	11,0	11,0	11,1	10,0
10	10,0	10,0	01,0	00,0

$(q_1 q_0)^{n+1}, z^n$

Esercizio 2 – Domanda 4

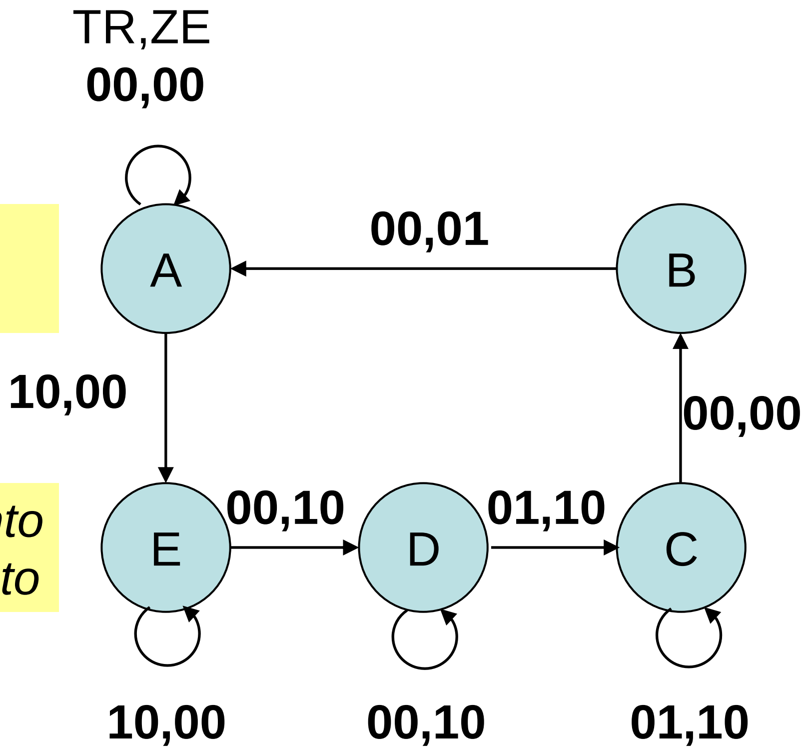


Esercizio 2 – Domanda 5

Per come sono fatte le transizioni nel grafo, al secondo periodo di clock consecutivo con ingresso 11, lo stato futuro sarà 11. Un altro modo per convincersi di questa proprietà è rendersi conto che la rete rappresenta uno shift register a 2 bit, con x ingresso di shift/hold' e y ingresso SI A partire dal terzo periodo di clock è quindi possibile scrivere l'evoluzione degli stati e dell'uscita. Niente può invece essere detto su stato presente e uscita per i primi due periodi di clock.

xy^n	11	11	01	11	10	11	00	11	10	11
$q_1q_0^n$	??	??	11	11	11	10	01	01	11	10
$q_1q_0^{n+1}$	??	11	11	11	10	01	01	11	10	01
z^n	??	??	0	1	0	0	0	0	0	0

Esercizio 3 – Domanda 1.1



A*: Nessuno in ingresso*

B*: auto non più rilevata dal sensore. L'automa non transita subito in A per essere sicuro che E=1 duri un intero clock*

E*: Biglietto pronto ma non prelevato*

C*: auto rilevata dal sensore*

D*: Biglietto prelevato ma auto non ancora rilevata dal sensore*

Esercizio 3 – Domanda 1.2

$(T\ R)^n$

s.p.		00	01	11	10
	A	A,00	--,--	--,--	E,00
	B	A,01	--,--	--,--	--,--
	C	B,00	C,10	--,--	--,--
	D	D,10	C,10	--,--	--,--
	E	D,10	--,--	--,--	E,00

s.f., $(Z\ E)^n$

AC compatibili per sequenze di ingresso di lunghezza 1, ma incompatibili per lunghezza 2, poiché A è incompatibile con B.

$(T\ R)^n$

$(y1\ y2)^n$		00	01	11	10
	A= 00	00,00	--,--	--,--	10,00
	B= 01	00,01	--,--	--,--	--,--
	C= 11	01,00	11,10	--,--	--,--
	DE= 10	10,10	11,10	--,--	10,00

$(y1\ y2)^{n+1}$, $(Z\ E)^n$

Esercizio 3 – Domanda 2

y_1^{n+1}

$(y_1 y_2)^n$ \ $(T R)^n$	00	01	11	10
00	0	-	-	1
01	0	-	-	-
11	0	1	-	-
10	1	1	-	1

J_1^n

$(y_1 y_2)^n$ \ $(T R)^n$	00	01	11	10
00	0	-	-	1
01	0	-	-	-
11	-	-	-	-
10	-	-	-	-

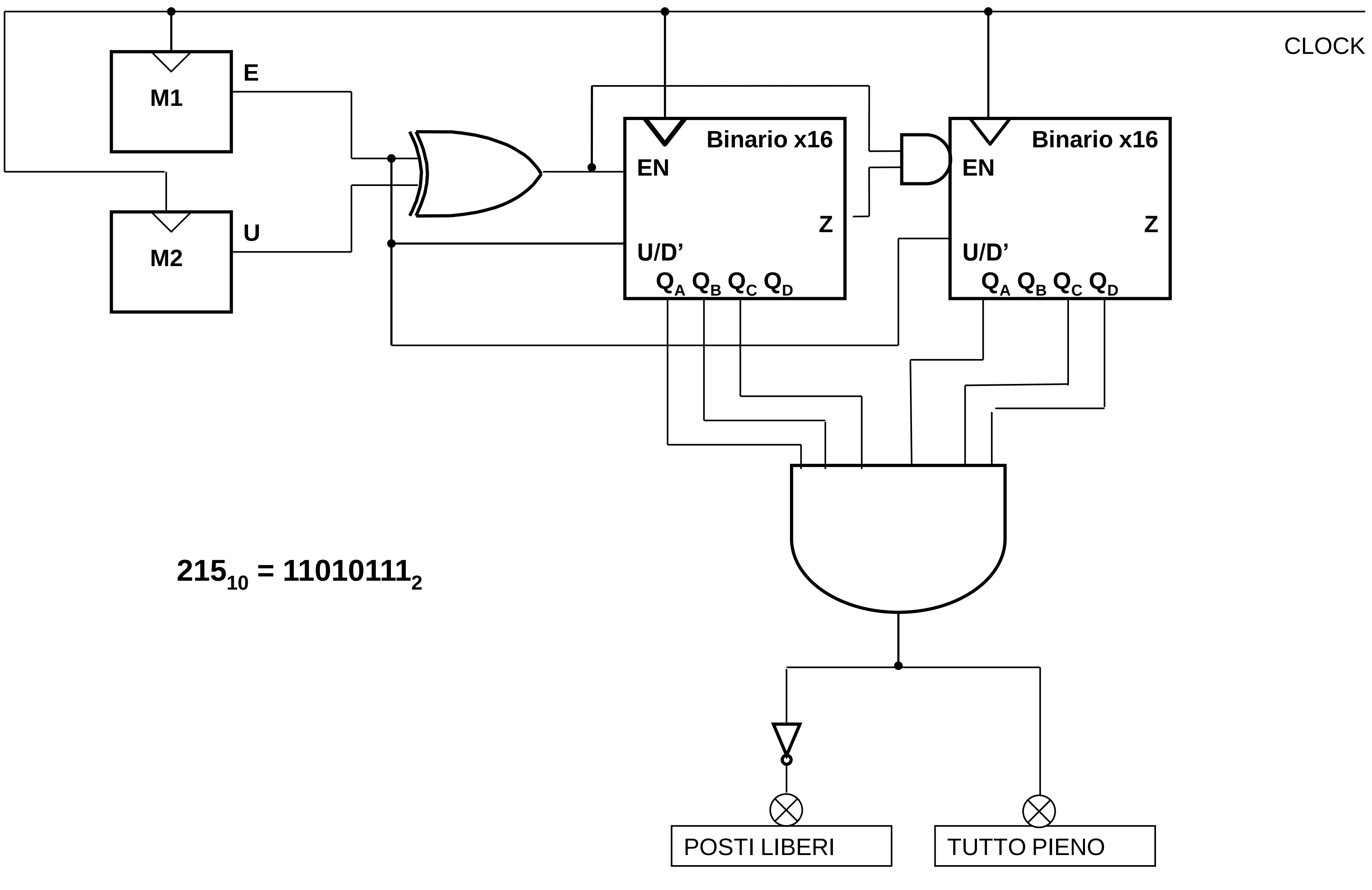
K_1^n

$(y_1 y_2)^n$ \ $(T R)^n$	00	01	11	10
00	-	-	-	-
01	-	-	-	-
11	1	0	-	-
10	0	0	-	0

J_1 (SP) = T

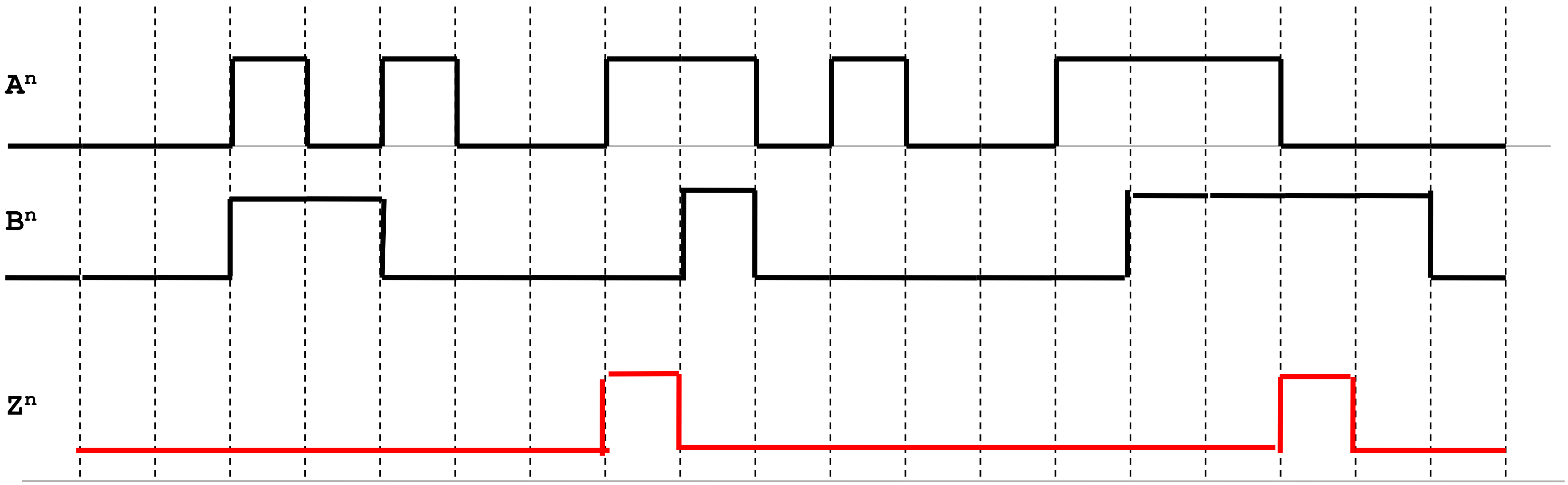
K_1 (SP) = $y_2 R'$

Esercizio 3 – Domanda 3

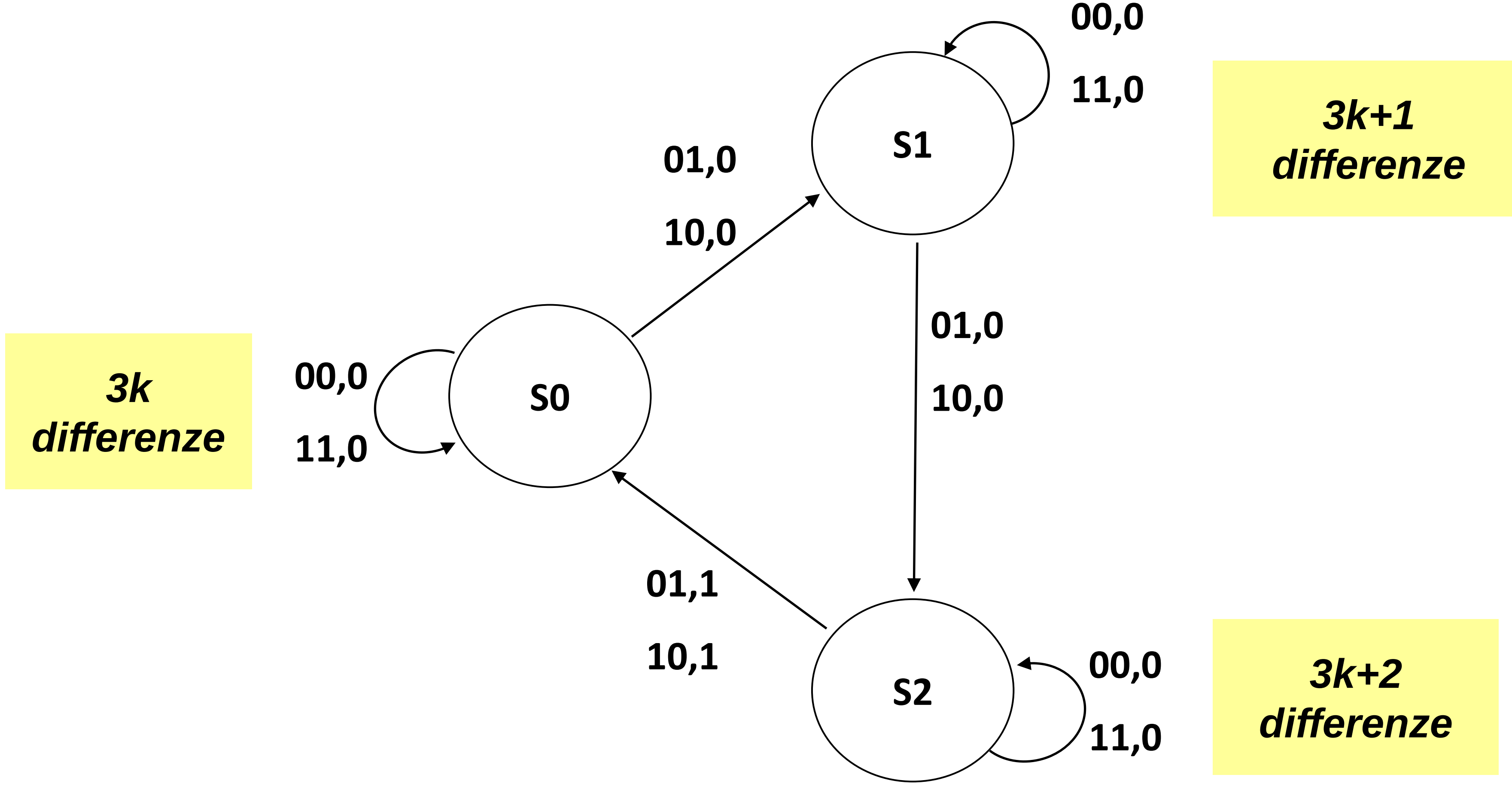


$215_{10} = 11010111_2$

Esercizio 4 – Domanda 1



Esercizio 4 – Domanda 2



Esercizio 4 – Domanda 2 e 3

$(A\ B)^n$

s.p.	00	01	11	10
S0	S0,0	S1,0	S0,0	S1,0
S1	S1,0	S2,0	S1,0	S2,0
S2	S2,0	S0,1	S2,0	S0,1

s.f., $(Z)^n$

S0 e S1 indistinguibili per sequenze di ingresso di lunghezza 1, ma distinguibili per lunghezza 2, poiché S1 è distinguibile da S2 a causa dell'uscita per ingressi 01 e 10.

$(A\ B)^n$

$(Q_1\ Q_0)^n$	00	01	11	10
S0= 00	00,0	01,0	00,0	01,0
S1= 01	01,0	11,0	01,0	11,0
S2= 11	11,0	00,1	11,0	00,1
10	--,-	--,-	--,-	--,-

$(Q_1\ Q_0)^{n+1}, (Z)^n$

Esercizio 4 – Domanda 3

$(A\ B)^n$

$(Q_1\ Q_0)^n$		00	01	11	10
	S0= 00	00,0	01,0	00,0	01,0
	S1= 01	01,0	11,0	01,0	11,0
	S2= 11	11,0	00,1	11,0	00,1
	10	--,-	--,-	--,-	--,-

$(Q_1\ Q_0)^{n+1}, (Z)^n$

J_1 (SP) = $Q_0A'B + Q_0AB'$

K_1 (SP) = $AB' + A'B$

$(A\ B)^n$

$(Q_1\ Q_0)^n$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	-	-	-	-
10	-	-	-	-

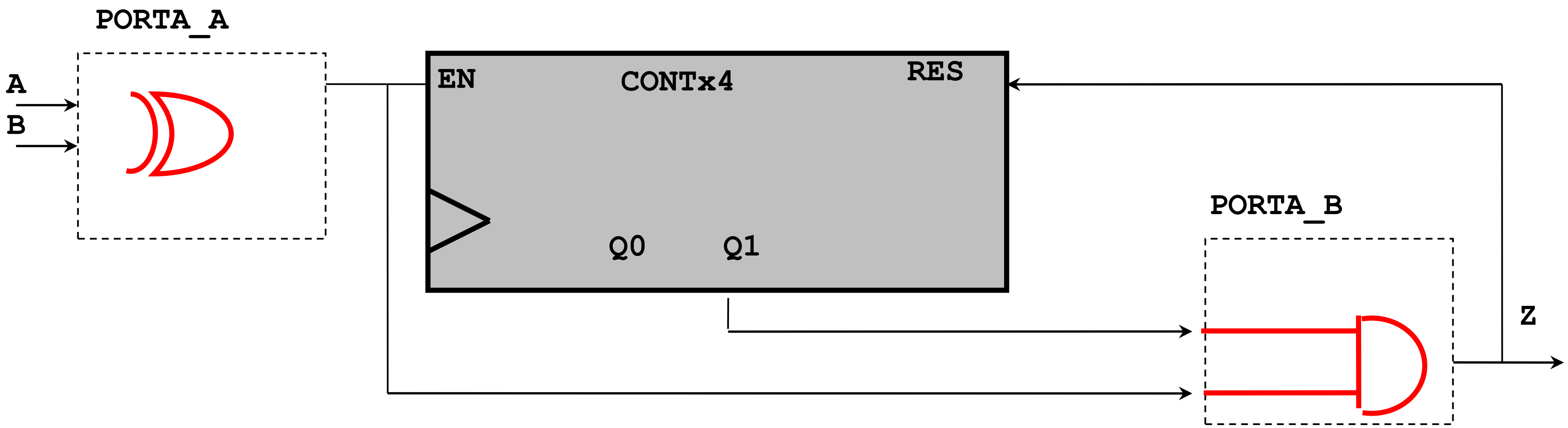
J_1^n

$(A\ B)^n$

$(Q_1\ Q_0)^n$	00	01	11	10
00	-	-	-	-
01	-	-	-	-
11	0	1	0	1
10	-	-	-	-

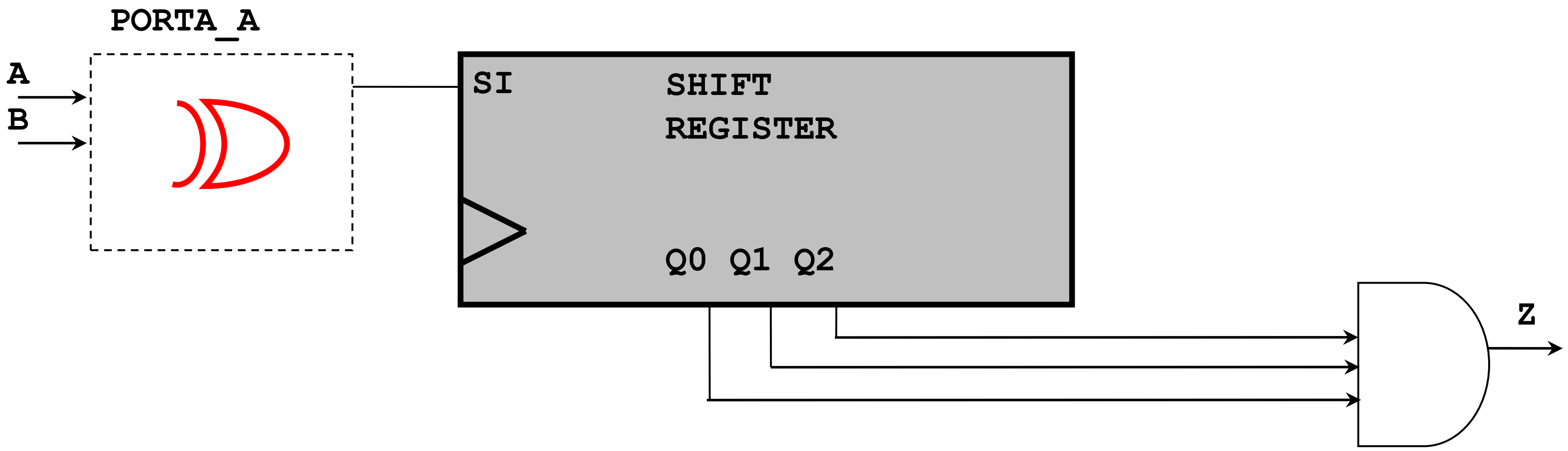
K_1^n

Esercizio 4 – Domanda 4



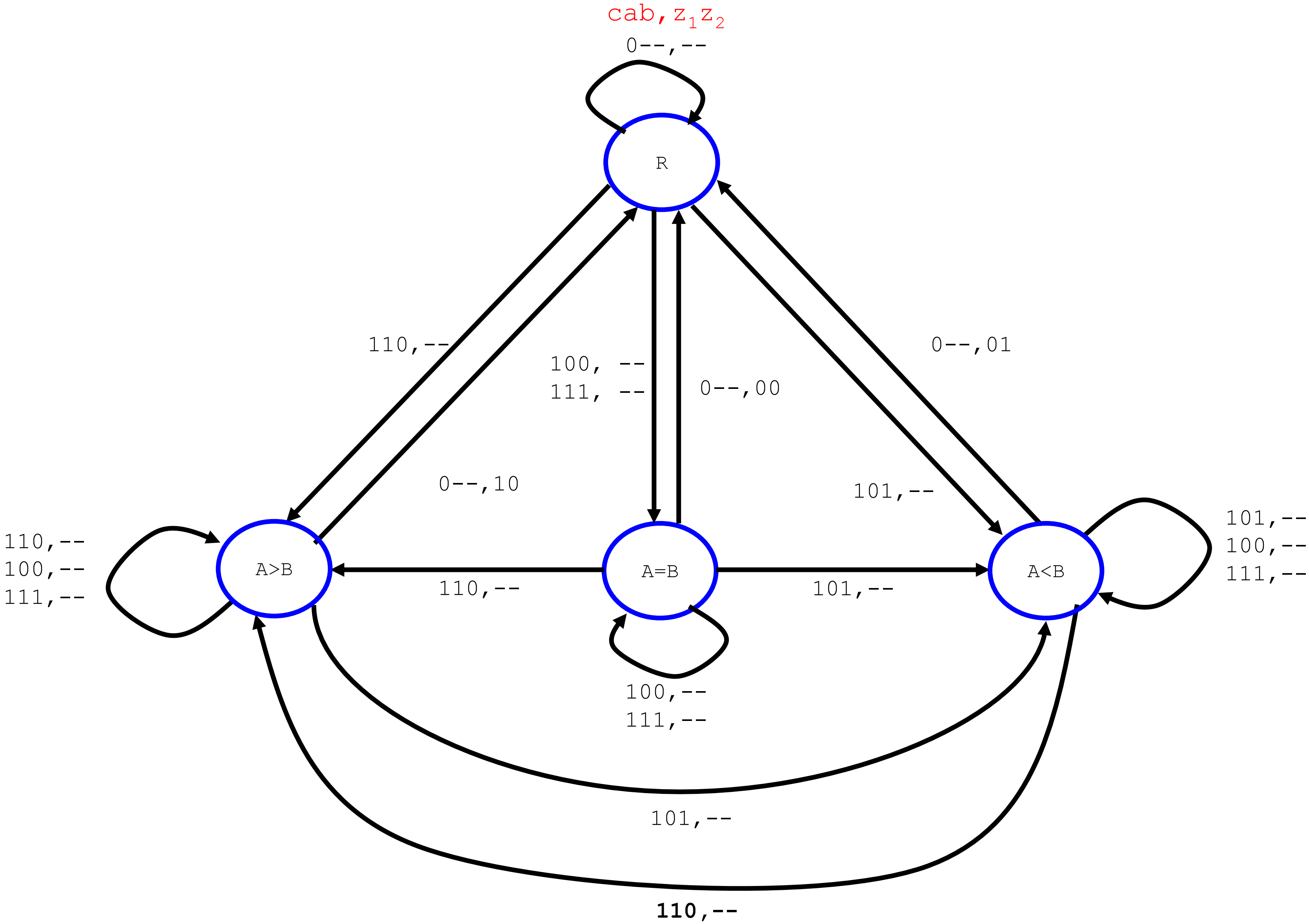
La rete deve contare (EN=1) solo quando A è diverso da B, segnale ottenibile solo con un gate elementare XOR. Quando la rete conta il terzo evento, ovvero quando EN = 1 e Q1 Q0 presentano la configurazione 10 (=2 in decimale), la rete deve tornare a stato 0, invece di incrementare lo stato a 3: comportamento ottenibile inserendo il gate elementare di AND per attivare il RESET. Per le proprietà dei contatori viste a lezione, è sufficiente collegare all'AND in forma vera i segnali a 1 nella configurazione binaria da riconoscere, ovvero solo Q1.

Esercizio 4 – Domanda 5



L'uscita Z è uguale a "1" se A è diverso da B per 3 o più periodi di clock consecutivi.

Esercizio 5 – Domanda 1



Esercizio 5 – Domanda 1 e 2

(c A B)^n

s.p.	000	001	011	010	100	101	111	110
R	R,--	R,--	R,--	R,--	A=B,--	A<B,--	A=B,--	A>B,--
A>B	R,10	R,10	R,10	R,10	A>B,--	A<B,--	A>B,--	A>B,--
A=B	R,00	R,00	R,00	R,00	A=B,--	A<B,--	A=B,--	A>B,--
A<B	R,01	R,01	R,01	R,01	A<B,--	A<B,--	A<B,--	A>B,--

s.f., (z1 z2)^n

Può essere ridotta a 3 stati perché gli stati “R” e “A=B” sono compatibili.

Esercizio 5 – Domanda 2

$(Q_1Q_2)^n$ \ $(c\ A\ B)^n$	000	001	011	010	100	101	111	110
00 (A=B)	00,00	00,00	00,00	00,00	00,--	01,--	00,--	10,--
01 (A<B)	00,01	00,01	00,01	00,01	01,--	01,--	01,--	10,--
11	-,--	-,--	-,--	-,--	-,--	-,--	-,--	-,--
10 (A>B)	00,10	00,10	00,10	00,10	10,--	01,--	10,--	10,--

$(Q_1\ Q_2)^{n+1}, (z_1\ z_2)^n$

Per rendere minimo il costo della rete combinatoria di uscita si deve scegliere una codifica per cui z1 z2, dove specificati, sono coincidenti con le variabili di stato presente, quindi A>B → 10, R e A=B → 00, A<B → 01.

Esercizio 5 – Domanda 3

$(c\ A\ B)^n$

$(Q_1Q_2)^n$	000	001	011	010	100	101	111	110
00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,--	01,--	00,--	10,--
01	00,01	00,01	00,01	00,01	01,--	01,--	01,--	10,--
11	--,--	--,--	--,--	--,--	--,--	--,--	--,--	--,--
10	00,10	00,10	00,10	00,10	10,--	01,--	10,--	10,--

$(Q_1\ Q_2)^{n+1}, (z_1\ z_2)^n$

Iniziamo evidenziando gli 0 e 1 che corrispondono ad un cambiamento delle due variabili di stato

Esercizio 5 – Domanda 3

$(c\ A\ B)^n$

$(Q_1Q_2)^n$	000	001	011	010	100	101	111	110
00	0	0	0	0	0	0	0	1
01	0	0	0	0	0	0	0	1
11	-	-	-	-	-	-	-	-
10	-	-	-	-	-	-	-	-

$(J_1)^n$

J_1 (SP) = $c\ A\ B'$

J_1 (NAND) = $(c \uparrow A \uparrow B') \uparrow 1$

Esercizio 5 – Domanda 3

$(c\,A\,B)^n$

$(Q_1Q_2)^n$	000	001	011	010	100	101	111	110
00	-	-	-	-	-	-	-	-
01	-	-	-	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	-	-	-	-
10	1	1	1	1	0	1	0	0

$(K_1)^n$

$K_1\ (SP) = A'\,B + c'$

$K_1\ (NAND) = (A' \uparrow B) \uparrow c$

Esercizio 5 – Domanda 3

$(c\ A\ B)^n$

$(Q_1Q_2)^n$	000	001	011	010	100	101	111	110
00	0	0	0	0	0	1	0	0
01	-	-	-	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	-	-	-	-
10	0	0	0	0	0	1	0	0

J_2^n

J_2 (SP) = $c\ A'\ B$

J_2 (NAND) = $(c \uparrow A' \uparrow B) \uparrow 1$

Esercizio 5 – Domanda 3

$(c\ A\ B)^n$

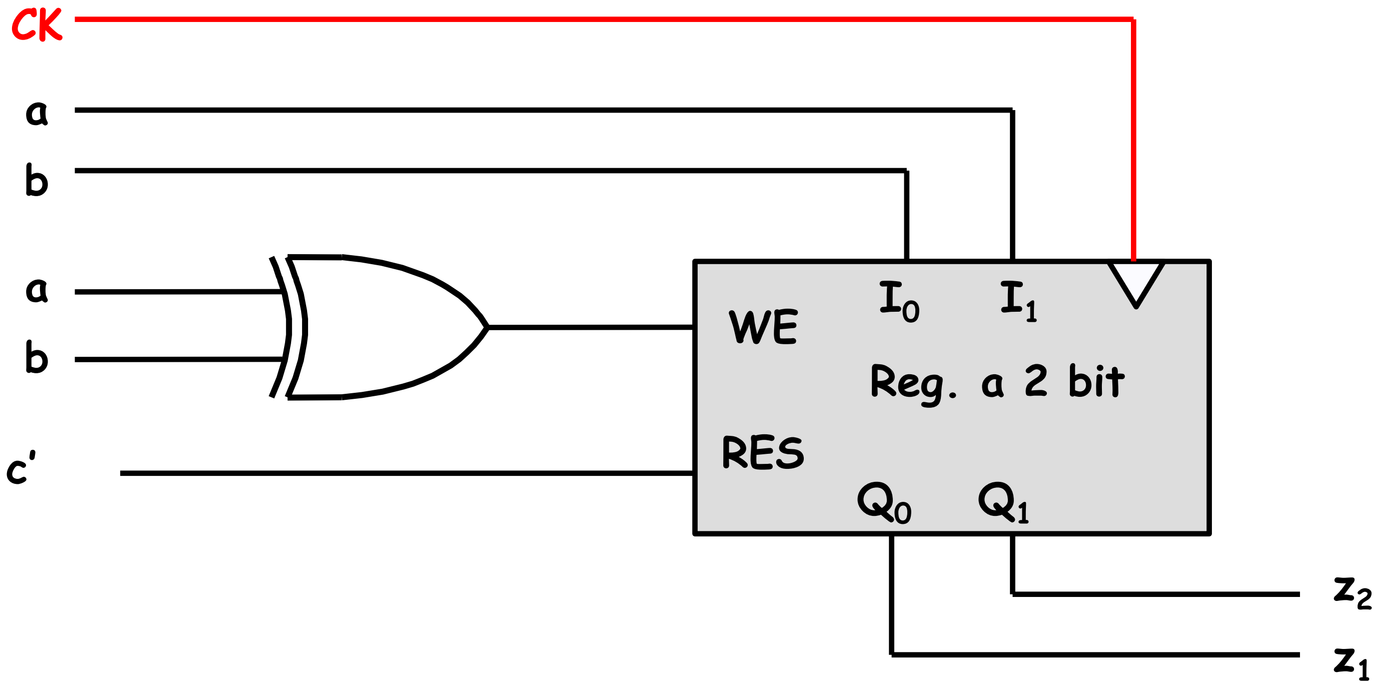
$(Q_1Q_2)^n$	000	001	011	010	100	101	111	101
00	-	-	-	-	-	-	-	-
01	1	1	1	1	0	0	0	1
11	-	-	-	-	-	-	-	-
10	-	-	-	-	-	-	-	-

K_2^n

K_2 (SP) = $A\ B' + c'$

K_2 (NAND) = $(A \uparrow B') \uparrow c$

Esercizio 5 – Domanda 4

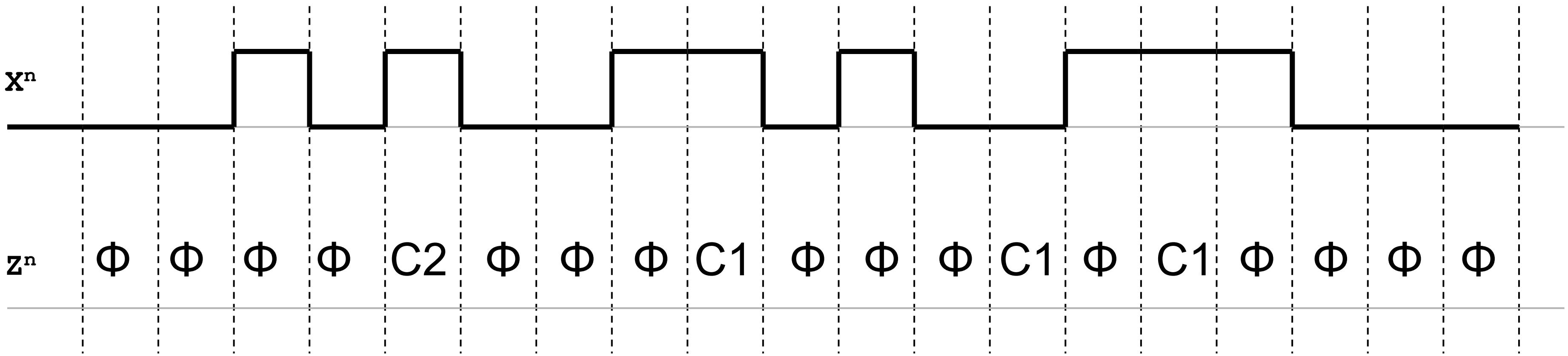


Nella rete data viene scritto un nuovo stato solo quando a è diverso da b. Se ab=10, l'uscita dovrà essere 10, se ab=01 similmente l'uscita dovrà essere 01. E' quindi sufficiente portare ab agli ingressi del registro, affinché li memorizzi.

Se b=a viene mantenuto lo stato precedentemente memorizzato nel registro ($Q_0^{n+1}Q_1^{n+1}= Q_0^{n}Q_0^{n}$).

Inoltre, il registro deve essere resettato (RES=1) nell'intervallo successivo al verificarsi di c=0. Successivamente il valore delle uscite non è significativo, quindi la rete può continuare a resettarsi e dare uscita 00, finché c = 0. E' quindi sufficiente connettere c' a RES.

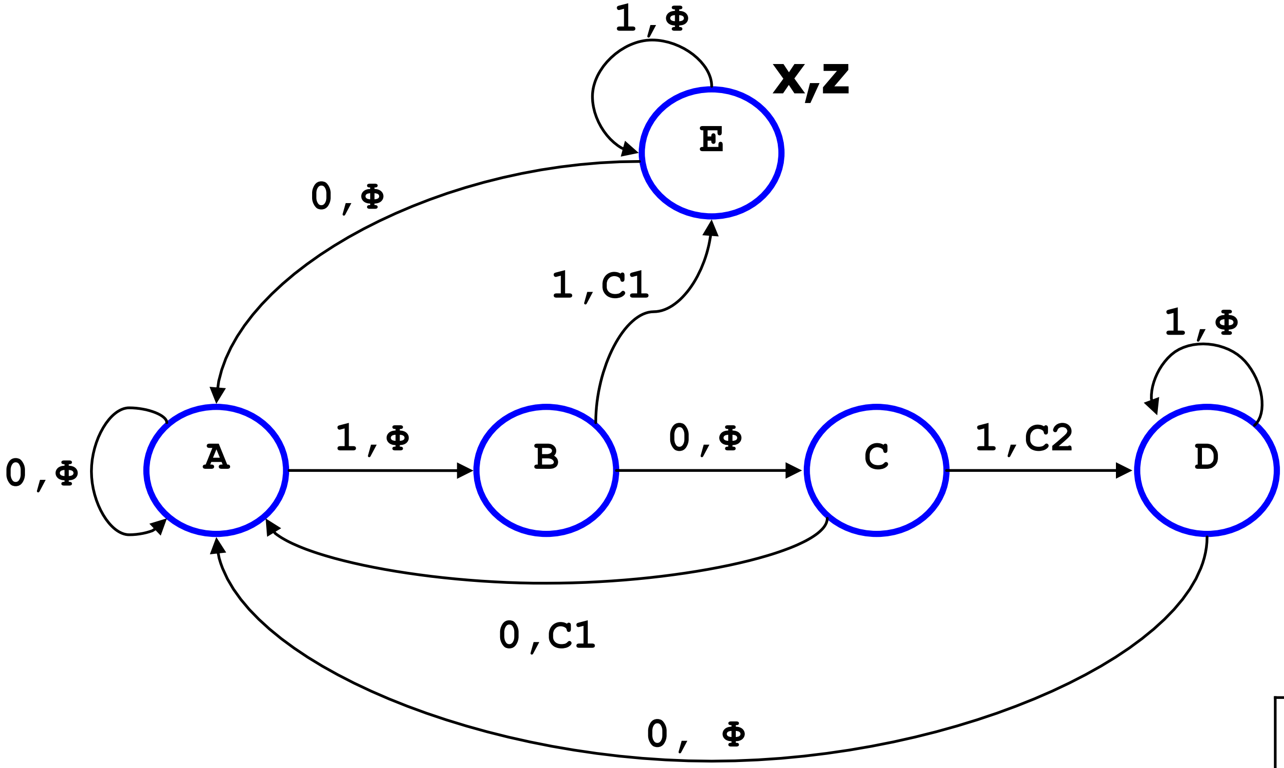
Esercizio 6 – Domande 1 e 2



l'alfabeto di uscita deve permettere di esprimere i concetti di "click", "doppio click", e "assenza di ogni tipo di click", servono quindi 3 simboli, ad esempio:

U = {**Φ, C1, C2**}, Nmin = **2**

Esercizio 6 – Domanda 3, 4 e 5



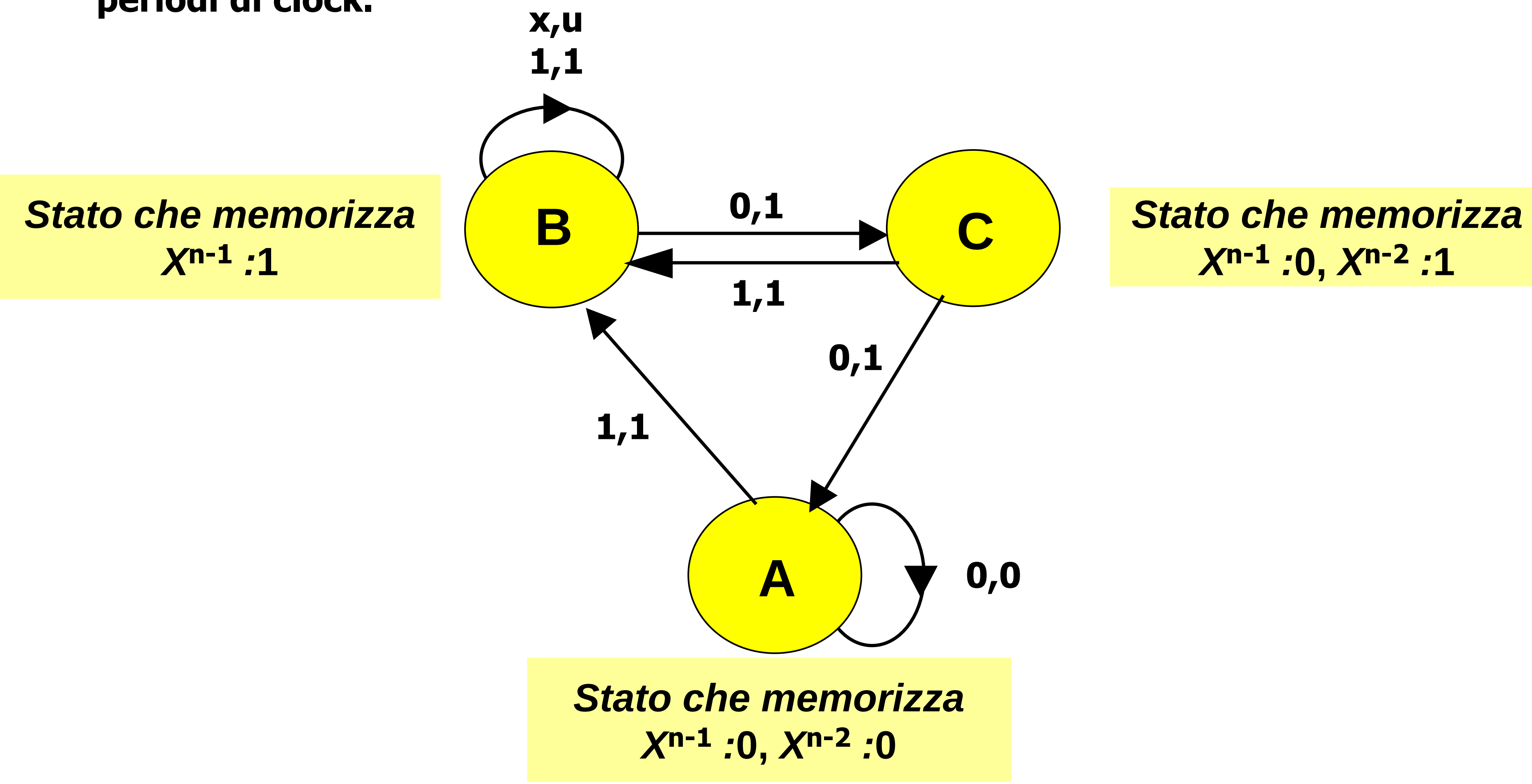
		$(x)^n$	
		0	**1**
s.p.	**A**	**A, Φ**	**B, Φ**
	B	**C, Φ**	**E,C1**
	C	**A,C1**	**D,C2**
	D	**A, Φ**	**D, Φ**
	E	**A, Φ**	**E, Φ**

s.f., $(z)^n$

D ed E sono indistinguibili.
E' quindi possibile realizzare l'automa con 4 stati, usando 2 flip-flop.

Esercizio 7 – Domanda 1 e 2

U^n=1 se, e solo se, X ha assunto il valore 1 in questo o in uno dei 2 precedenti periodi di clock.



Esercizio 7 – Domanda 2 e 3

$(x)^n$

s.p.	0	1
A	A, 0	B, 1
B	C, 1	B,1
C	A,1	B,1

s.f., $(u)^n$

$(x)^n$

$(Q_1 Q_0)^n$	0	1
B=00	01, 1	00, 1
C=01	10, 1	00,1
A=10	10,0	00,1
11	--,-	--,-

$(Q_1 Q_0)^{n+1}$, $(u)^n$

Lo stato B deve essere raggiungibile sia da C sia da A. l'unico stato raggiungibile da tutti gli altri in un contatore senza LD e U/D' è lo stato 0, ottenibile portando RES a 1.
E' quindi necessario usare 00 per codificare B. La rete poi si sposta in sequenza in C e poi in A, che devono quindi essere codificati con le configurazioni binarie successive 01 e 10.

Esercizio 7 – Domanda 4

u^n

$(Q_1Q_0)^n$ \ $(x)^n$	0	1
00	1	1
01	1	1
11	-	-
10	0	1

RES^n

$(Q_1Q_0)^n$ \ $(x)^n$	0	1
00	0	1
01	0	1
11	-	-
10	0	1

EN^n

$(Q_1Q_0)^n$ \ $(x)^n$	0	1
00	1	-
01	1	-
11	-	-
10	0	-

u (PS) = $Q_1' + x$

RES (PS) = x

EN (PS) = Q_1'

RES è prioritario rispetto ad EN, quindi dove RES=1 EN può non essere specificato. In stato 00 con stato futuro 00 (ovvero con ingresso 1) posso scegliere se mantenere RES=1 e EN=- o RES=- e EN=0.

Esercizio 7 – Domanda 5

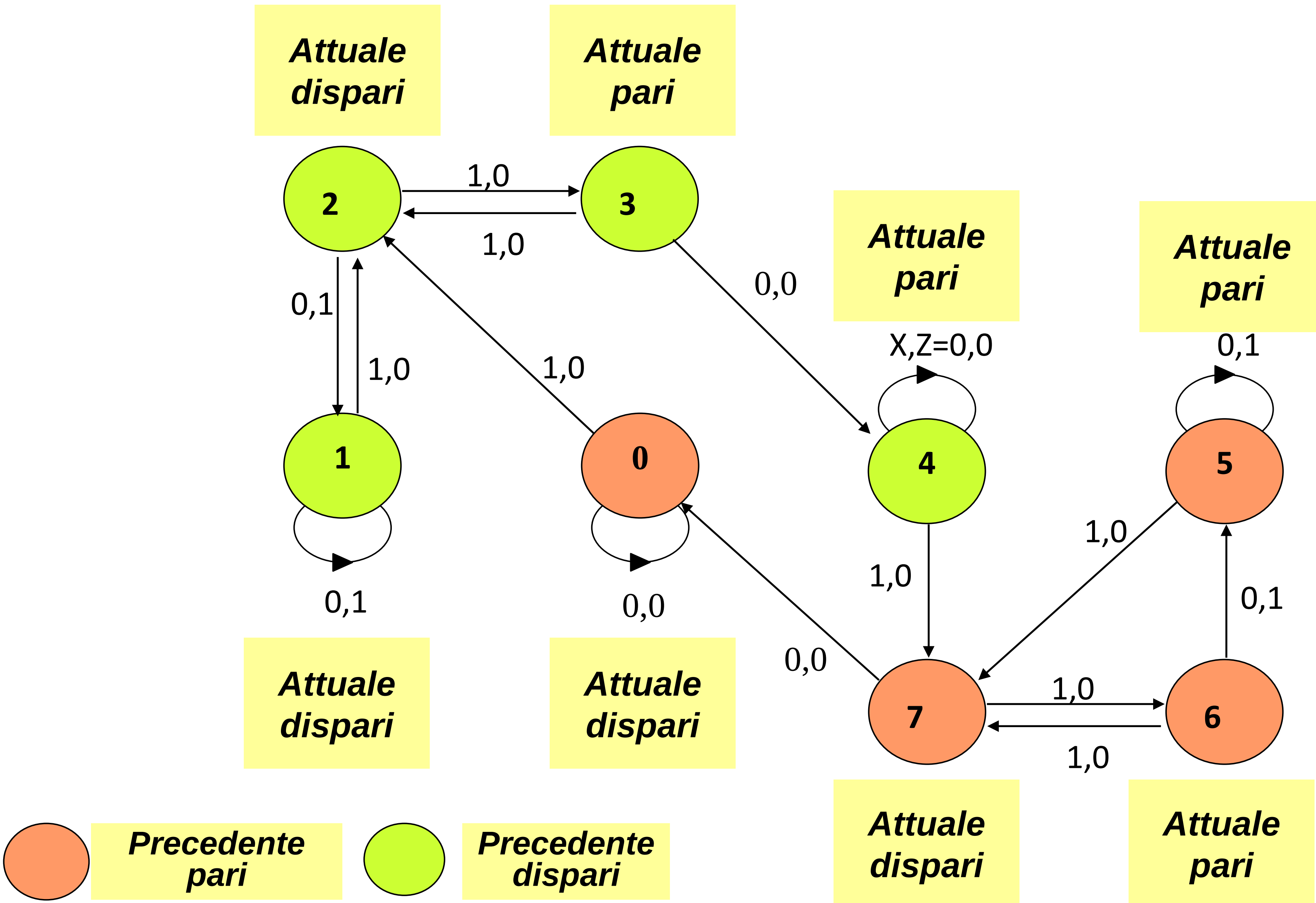
Se si usa lo shift register per memorizzare gli ultimi due valori di x, cioè si pone SI = x, allora l'uscita u è data dalla seguente mappa

$(Q_1Q_0)^n$ \ $(x)^n$	0	1
00	0	1
01	1	1
11	1	1
10	1	1

u^n

$$u\ (PS) = Q_0 + Q_1 + x$$

Esercizio 8 – Domanda 1



Esercizio 8 – Domanda 2

s.p. \ $(x)^n$	0	1
0	0, 0	2, 0
1	1, 1	2, 0
3	4, 0	2, 0
2	1, 1	3, 0
4	4, 0	7, 0
5	5, 1	7, 0
7	0, 0	6, 0
6	5, 1	7, 0

s.f. ,$(z)^n$

$(y_2y_1y_0)^n$ \ $(x)^n$	0	1
0 0 0	0 0 0, 0	0 1 0, 0
0 0 1	0 0 1, 1	0 1 0, 0
0 1 1	1 0 0, 0	0 1 0, 0
0 1 0	0 0 1, 1	0 1 1, 0
1 0 0	1 0 0, 0	1 1 1, 0
1 0 1	1 0 1, 1	1 1 1, 0
1 1 1	0 0 0, 0	1 1 0, 0
1 1 0	1 0 1, 1	1 1 1, 0

$(y_2y_1y_0)^{n+1}$,z^n

Esercizio 8 – Domanda 3

$(x\,y_2)^n$ \ $(y_1\,y_0)^n$	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	0	1
11	1	1	1	1
10	0	0	0	0

y_2^{n+1}

$(x\,y_2)^n$ \ $(y_1\,y_0)^n$	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	-	-	-	-
11	-	-	-	-
10	0	0	0	0

J_2^n

$(y_1\,y_2)^n$ \ $(T\,R)^n$	00	01	11	10
00	-	-	-	-
01	0	0	1	0
11	0	0	0	0
10	-	-	-	-

K_1^n

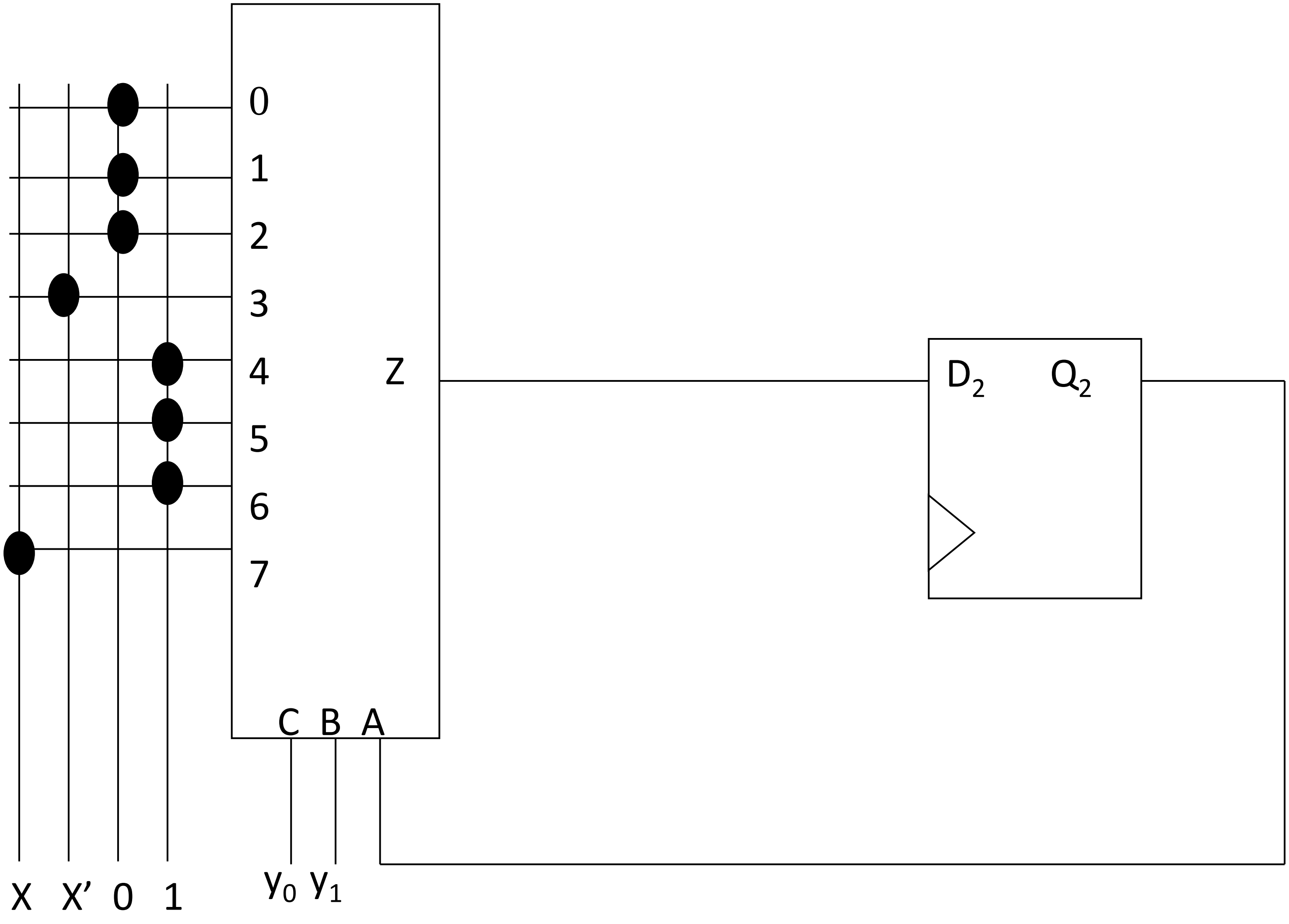
J_2 (SP) = $x'\,y_1\,y_0$

K_2 (SP) = $x'\,y_1\,y_0$

J_2 (NAND) = $(x' \uparrow y_1 \uparrow y_0) \uparrow 1$

K_2 (NAND) = $(x' \uparrow y_1 \uparrow y_0\,) \uparrow 1$

Esercizio 8 – Domanda 4



Esercizio 9 – Domanda 1 e 2

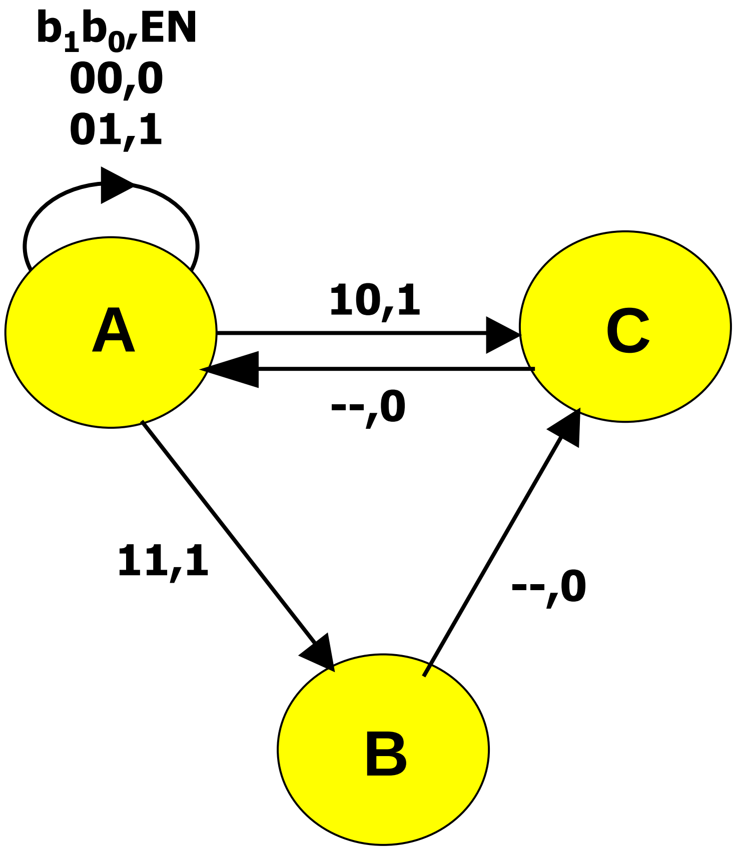
L'ingresso è un encoder a 3 ingressi delle variabili P4 P3 P2, le cui espressioni caratteristiche PS sono

$$B1 = P2 + P3 \qquad B0 = P2 + P4$$

L'uscita è un decoder 4:16 per trascodificare lo stato del contatore x16 nel codice 1 su 16 che accende la lampadina corretta. Sono quindi necessari 2^4 = 16 AND a 4 ingressi e 2*4 = 8 NOT.

Esercizio 9 – Domanda 3

Leggere B0 B1 e attivare EN, se necessario



Attendere 1 clock senza incrementare

Attendere 2 clock senza incrementare

Esercizio 9 – Domanda 4

$(B_1\ B_0)^n$

s.p.	00	01	11	10
A	A,0	A,1	B,1	C,1
B	C,0	C,0	C,0	C,0
C	A,0	A,0	A,0	A,0

s.f., EN^n

$(B_1\ B_0)^n$

$(Q_2\ Q_1)^n$	00	01	11	10
A= 00	00,0	00,1	01,1	11,1
B= 01	11,0	11,0	11,0	11,0
C= 11	00,0	00,0	00,0	00,0
10	--,-	--,-	--,-	--,-

$(Q_2\ Q_1)^{n+1}$, EN^n

Esercizio 9 – Domanda 4

$(B_1\ B_0)^n$

$(Q_2\ Q_1)^n$	00	01	11	10
00	00,0	00,1	01,1	11,1
01	11,0	11,0	11,0	11,0
11	00,0	00,0	00,0	00,0
10	--,-	--,-	--,-	--,-

$(Q_2\ Q_1)^{n+1}, (Z)^n$

$J_2\ (SP) = Q_1 + B_1B_0'$

$K_1\ (SP) = 1$

$(B_1\ B_0)^n$

$(Q_2\ Q_1)^n$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	1	1	1
11	-	-	-	-
10	-	-	-	-

J_2^n

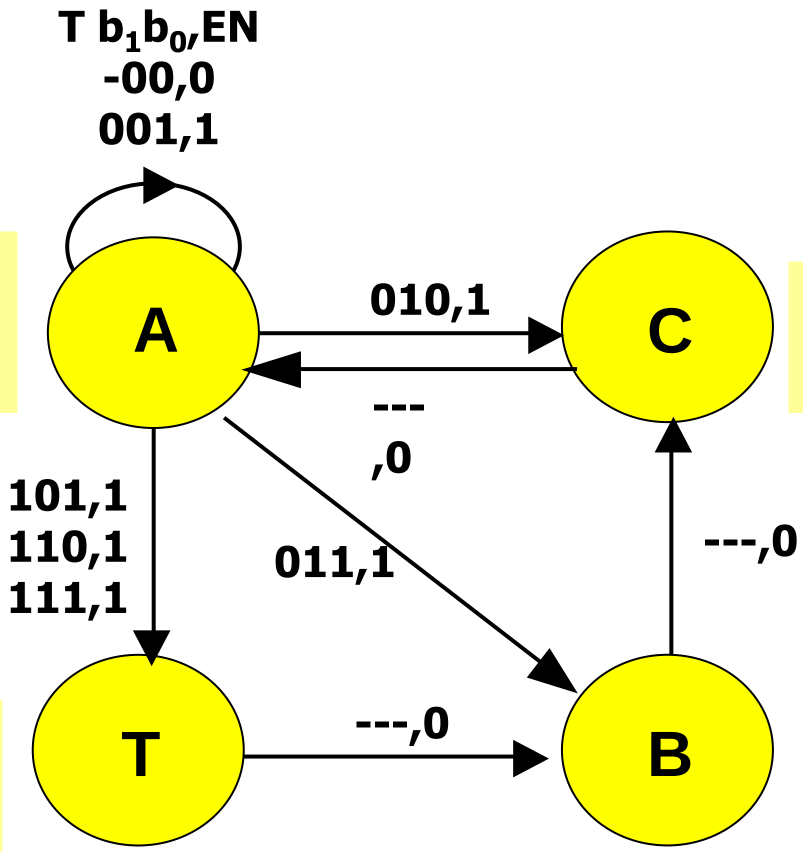
$(B_1\ B_0)^n$

$(Q_2\ Q_1)^n$	00	01	11	10
00	-	-	-	-
01	-	-	-	-
11	1	1	1	1
10	-	-	-	-

K_2^n

Esercizio 9 – Domanda 5

Leggere T B0 B1 e attivare EN, se necessario



Attendere 1 clock senza incrementare

Attendere 3 clock senza incrementare

Attendere 2 clock senza incrementare